صفر کی کہانی

مصنف : دلیپ۔م۔سالوی
مترجم : پروفیسر طلعت عزیز

مصنف : دلیپ م. سالوی

مصور : رما شرما

مترجم : پروفیسر طلعت عزیز

چلڈرن بک ٹرسٹ قومی کونسل برائے فروغ اردو زبان بچوں کا ادبی ٹرسٹ

صِفر! ارے نہیں!

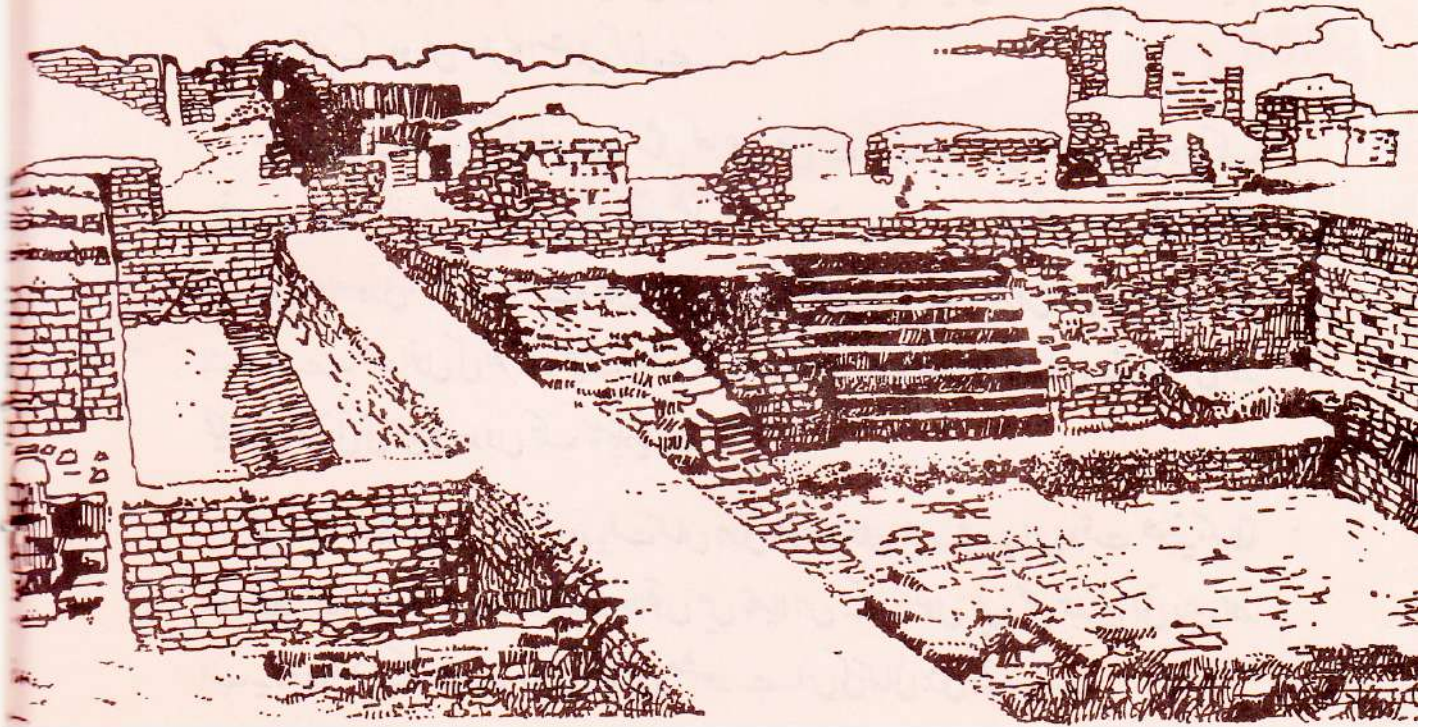
اگر کسی کو امتحان میں صفر مل جائے تو وہ اتنی ہی حیرت سے کہے گا، اس کا مطلب ہوا کہ آپ کو کچھ بھی نہیں ملا، اس کے باوجود ذرا صفر کے بغیر آج کی اس نئی دنیا کا تصور کیجیے۔

ایک آسان سی مساوات ax2 + bx + c=o جو کسی مسئلے کو حل کرنے کے لیے استعمال کی جاتی ہے صفر کے بغیر ممکن ہی نہیں ہے۔ جسم کی حرارت یعنی گرمی یا کسی سواری کی رفتار معلوم کرنے کے لیے یا کچھ بھی ناپنے کے لیے بھی صفر کا حوالہ ضروری ہے۔ یہاں تک کہ سپر فاسٹ کمپیوٹر بھی اپنے کام کے دوران صفر کا استعمال کرتا ہے۔

صفر انسان کے ذہن کی کچھ ایسی بے مثال کھوجوں میں سے ایک ہے جس کا فائدہ رہتی دنیا تک باقی رہے گا۔ اس کھوج نے ریاضی کے علم کو مکمل کردیا ہے جس میں اس کی کمی تھی۔ صفر نے اس علم کی ساری خوبصورتی، نزاکت، اہمیت، شان غرض ہر چیز کو ظاہر کردیا ہے۔ شروع میں یہ مغرب کے بڑے بڑے سائنسدانوں کی نظر سے چوک گیا تھا لیکن جب سے یہ دریافت ہوا ہے اس نے سائنس اور ٹیکنالوجی کو ترقی کی آج کی حدوں تک پہنچادیا ہے۔

کیا آپ جانتے ہیں کہ صفر کی دریافت کہاں ہوئی؟ ہندوستان میں۔ جی! یہ اس وقت 'شونیہ' کہلاتا تھا۔ جیسے جیسے اس کا سفر دور دراز کے علاقوں میں پھیلا اس کے ناموں میں بھی تبدیلی آتی رہی اور اب یہ زیرو (صفر) کے نام سے ساری دنیا میں مشہور ہے۔ اس کی کہانی بڑی دلچسپ ہے۔

ہندوستان کے لوگ اس وقت سے ریاضی کے ماہر رہے ہیں جب تین ہزار سال قبل مسیح میں پرانے موہن جو داڑو اور ہڑپا جیسے شہر پھل پھول رہے تھے۔ ان کی اینٹوں کی سڈول بناوٹ، بالکل صحیح وزن اور ناپ اور شہر کا باقاعدہ منصوبہ یہ ساری چیزیں اس بات کا پتہ دیتی ہیں کہ ہندوستان کے لوگوں کے ذہن میں ریاضی کی کتنی جگہ تھی۔ قدیم ہندوستان میں ریاضی کو، "جوگنت" یعنی جوڑ گھٹا کے نام سے پہچانی جاتی تھی، بڑی اہمیت حاصل تھی۔ ہندوؤں کی سب سے پاک مذہبی کتابوں "ویدوں" میں جتنے بھی علم موجود ہیں ان میں اس کی اہمیت سب سے زیادہ تھی۔ ہندوستانی ہندسے جیسے ہم آج جانتے ہیں.....1، 2، 3، 4 وغیرہ "انک" (عدد) کہلاتے تھے۔ جس کا مطلب "تھا نشان" یا تقسیم (ٹکڑے) لیکن یہ نہیں معلوم ہوسکا کہ یہ نشان کب مقرر کیے گئے تھے۔ پھر بھی یہ بات تو آسانی سے کہی جاسکتی ہے کہ انہیں صفر کے نشان سے پہلے ہی لوگ استعمال کرتے تھے۔

وادی سندھ کی تہذیب کے کچھ آثار

۔ اعداد کو دہائیوں میں گننے کا رواج جیسے ہم آج کل کرتے ہیں، "عشری، گنتی کا طریقہ کہلاتا ہے ۔ یہ عدد عشری عدد کہلاتے ہیں۔ بادشاہ اشوک (372-232 قبل مسیح) کے زمانے میں جگہ جگہ لگائی گئی لاٹوں میں گنتی کا عشری نظام اور ہندسوں کے نشان نظر آتے ہیں۔ پھر بھی خیال یہی ہے کہ اس زمانے میں نشانوں کا استعمال چھوٹے عددوں کو ظاہر کرنے کے لیے کیا جاتا تھا۔ بڑے عدد الفاظ میں لکھے جاتے تھے مثلا 1,000 کو "سہاسرا، 10,000 کو "آیوتا، 100,000 کو "لاکشا، 10,000,000 کو کوٹی، وغیرہ وغیرہ۔ ہندسوں کے نام آس پاس نظر آنے والی روز مرہ کی زندگی میں کام آنے والی چیزوں کی بنیاد پر رکھے گئے تھے ۔ جیسے زمین یا چاند "ایک، کو ظاہر کرتے تھے۔ آنکھیں، ہاتھ یا جڑواں چیزیں "دو، کو ظاہر کرتی تھیں، وغیرہ وغیرہ۔

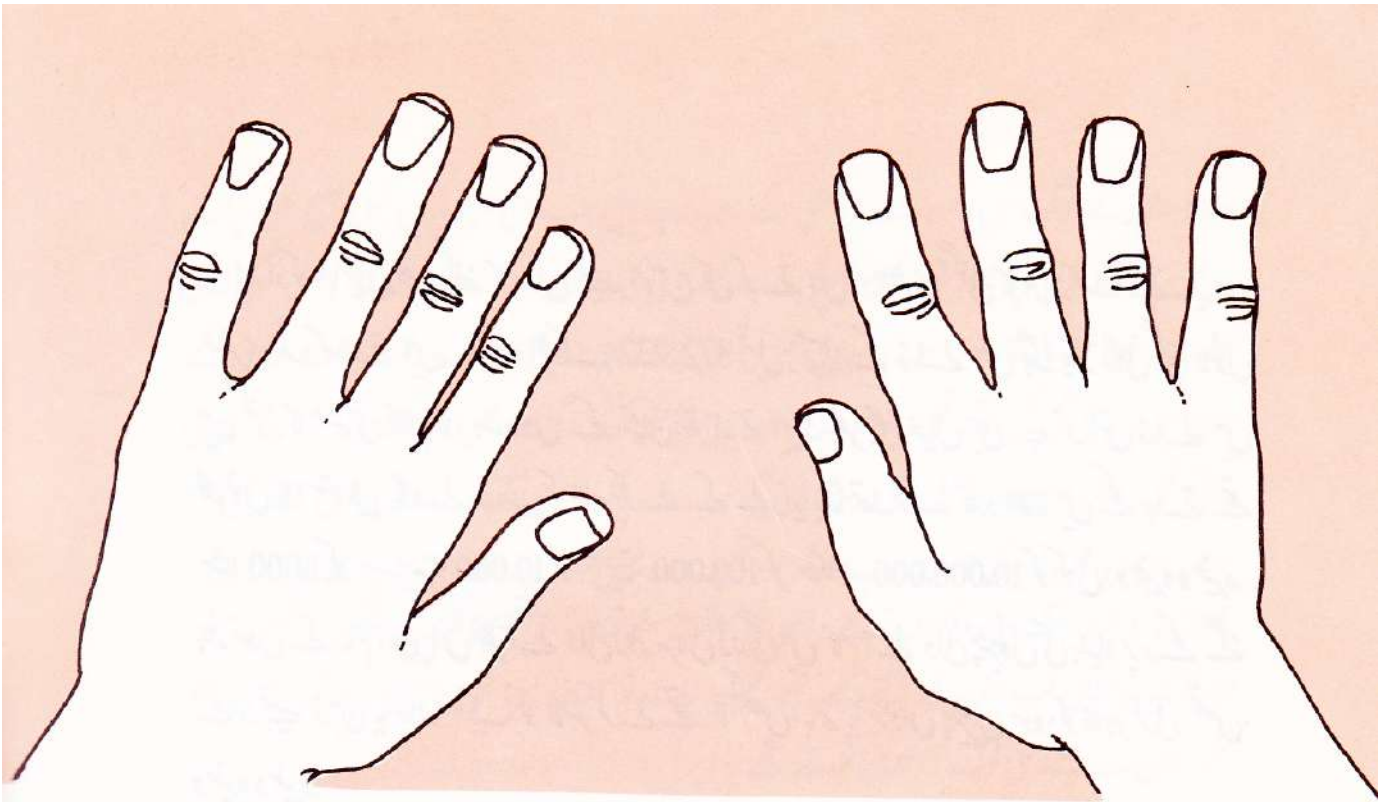
کہا جاتا ہے کہ بڑے عددوں کے بارے میں سوچنا اور ان کے نام رکھنا قدیم ہندوستانی ریاضی دانوں کا محبوب مشغلہ تھا۔ بڑے عدد بنانے کے لیے وہ اپنے ہاتھوں کی انگلیوں کا استعمال کرتے تھے۔ جیسے ایک ہاتھ میں پانچ انگلیاں ہیں اور دونوں ہاتھوں میں کل ملاکر دس انگلیاں ہوئیں۔ اس طرح ان کے گنتی کے نظام میں دہائی یا دہائی کی ضرب میں عدد ہوتے تھے ۔ عدد کو دہائیوں میں ظاہر کرنے کا یہ نظام۔ خواہ وہ ضرب ہو یا تقسیم "دہائی گنتی" یا عشری شمار کا نظام کہلاتا تھا۔ مثال کے طور پر 1/2 کو ایسے بھی لکھ سکتے ہیں۔

$$\frac{1 \times 10}{2 \times 10} \quad \frac{5}{10} = 0.5,$$

جہاں نقطہ عشری نشان (اعشاریہ کا نشان) ہے ۔ اسی طرح

$120 = 12 \times 10$ اور $15\frac{67}{100}$ ،15.67

اس طرح ہندوستان میں گنتی کا عشری نظام شروع ہوا۔

اسی طرح اکائی، دہائی، سیکڑہ اور ہزار وغیرہ کی جگہ پر رکھے ہوئے کسی ہندسہ کی "مقامی قیمت" کا تصور

اس وقت شروع ہوا جب قدیم ہندوستان کے ریاضی دانوں نے عددوں کو الفاظ میں لکھنے کا کافی ذخیرہ جمع کرلیا تھا۔ اسی زمانے میں عددوں کا یہ نظام لکھنے میں بھی استعمال ہونے لگا۔ ہندسہ کی مقامی قیمت کو سمجھانے کیلیے ہم ایک عدد 7,456 کی مثال لیتے ہیں اس عدد کو دہائیوں میں اس طرح توڑا جاسکتا ہے۔

$$7,456 = 7x10x10x10+4x10x10+5x10+6$$

$$= 7x1000+4x100+5x10+6$$

$$= 7000+400+50+6$$

دوسرے لفظوں میں ہم کہہ سکتے ہیں کہ یہ 7 کا مقام ہی ہے جو اس کی قیمت کو 7 ہزار بنارہا ہے۔ اسی طرح 4 کا مقام اسے 4 سو بنارہا ہے، اور 5 کا مقام 5 کو 50 بنارہا ہے وغیرہ وغیرہ۔ اس طرح ایک پورے عدد میں ہندسہ کا مقام ہی اس کی قیمت بتاتا ہے۔

"ہندسہ کی مقامی قیمت" کا حوالہ سب سے پہلے "اگنی پران" میں ملتا ہے جو حضرت عیسی کی پیدائش کے لگ بھگ سو سال بعد لکھی جانے والی قدیم ہندوستان کی ایک کتاب ہے۔ اس طرح قدیم ہندوستان کے ریاضی داں 10^{18} (دس کو 18 مرتبہ 10 سے ضرب کرکے حاصل ہونے والا عدد) جتنے بڑے عدد لکھ

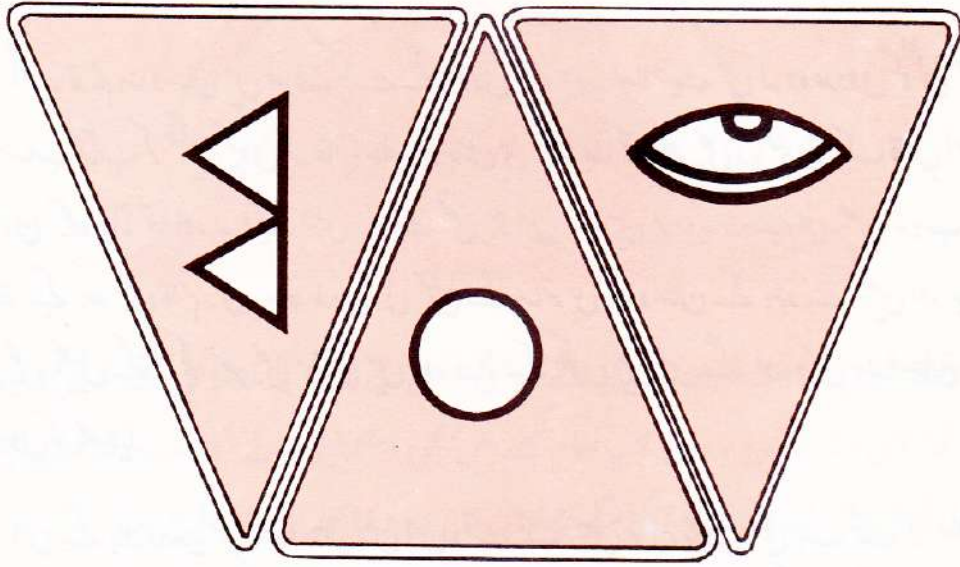
سکتے تھے ۔ جب کہ قدیم یونانی اور رومی ریاضی داں صرف 10^4 یعنی 10x10x10x10 اور 10^3 یعنی 10x10x10 تک ہی گن سکتے تھے۔ رومیوں کا اعداد کو X, C, M اور I وغیرہ کے ذریعہ ظاہر کیا جانے والا ایک انتہائی مشکل اور پیچیدہ نظام انہیں ایک خاص عدد سے آگے گننے یا ہندسہ کی "مقامی قیمت" مقرر کرنے کی اجازت نہیں دیتا تھا۔

اگرچہ قدیم ہندوستان میں صرف پڑھے لکھے لوگوں میں ہی یہ صلاحیت تھی کہ وہ عددوں کو گن سکیں اور حساب کتاب کر سکیں کیوں کہ عام انسان تو جاہل ہی سمجھا جاتا تھا پھر بھی ریاضی کو ایک قابلِ احترام مضمون سمجھا جاتا تھا اور یہ ایک ایسی روایت تھی جو اس سرزمین پر بدھ مذہب اور جین مذہب کے پھیلنے کے بعد بھی قائم رہی۔ بدھ مذہب کی تبلیغ کے ساتھ ہی ہندوستان کے ہند سے چین اور جاپان میں بھی پھیل گئے ۔ کچھ تاجر بھی مشرق میں دور دراز کے ملکوں میں بس گئے اور وہاں ہندوستان کے ہندسوں کو پھیلایا۔

اس کے باوجود ریاضی ہندوستان میں اس وقت تک نہیں پھل پھول سکی جب تک کہ صفر، کی دریافت نہیں ہوئی۔ عشری گنتی اور ہندسہ کی مقامی قیمت اس وقت تک نہیں سمجھی جاسکتی جب تک کہ صفر کو اس میں شامل نہ کرلیا جائے۔ صفر کے بغیر ہندسہ کی مقامی حیثیت بے معنی تھی۔ یہ صفر ہی ہے جس کی وجہ سے 206،26 اور 2006 سے مختلف ہوسکتا ہے۔ کسی عدد میں صفر کا مقام اس عدد کو نئے معنی پہناتا ہے۔ اس کی مدد سے حساب کتاب بھی آسانی اور روانی کے ساتھ کیا جاسکتا ہے۔

یہ تو پتہ نہیں چل سکا کہ صفر کی دریافت کس نے ،کب اور کہاں کی۔ البتہ یہ ضرور کہا جاسکتا ہے کہ ہندوستان کے لوگ عیسائی دور سے پہلے ہی صفر سے متعلق معلومات رکھتے تھے ۔ ایک قدیم ہندوستانی بزرگ پنگالا اور حکومت اور سیاسی معاملات کے ماہر کوٹلیا نے اپنی کتابوں میں اس کا ذکر بار بار کیا ہے۔ پرانے زمانے میں صفر کو ایک دائرہ سے ظاہر کرتے تھے جس کے مرکز میں ایک نقطہ ہوتا تھا۔ سنسکرت زبان میں، جو اس وقت رائج تھی اسے "شونیہ" کہتے تھے، جس کے معنی ہیں خلاء، یعنی جس میں

کچھ بھی نہ ہو۔ اس زمانے میں جب سنسکرت پورے ملک میں بولی جاتی تھی اس وقت بھی صفر کے مختلف نام تھے جیسے "کھا، گگن، آکاش، نابھ، اننت، وغیرہ۔ یہ تمام الفاظ آسمان کو ظاہر کرتے ہیں جو ایک ایسی خلاء ہے جس کی کوئی حد نہیں ہے۔

صفر کو لکھنے کا قدیم طریقہ

وسطی امریکہ کے مایا لوگوں نے بھی صفر کی دریافت کی تھی، لیکن وہ ہندوستانیوں کی طرح اعداد کے اتنے اصول نہیں جانتے تھے جو انھیں ریاضی کے ارتقاء یا پھیلاؤ میں مدد دے سکتے۔ یہ بھی کہا جاتا ہے کہ بابل کے لوگ بھی صفر سے متعلق معلومات رکھتے تھے۔ لیکن وہ بھی اسے ایک نشان کے طور پر استعمال نہیں کرتے تھے۔ ان کے پاس موجود گنتارہ (ایبیکس) اس کے لیے ذمہ دار تھا۔ گنتارہ کو ایک کھلونے کی شکل میں آج بھی دیکھا جاسکتا ہے، جس میں ایک فریم میں اوپر نیچے تیلیاں لگی ہوئی ہوتی ہیں ان تیلیوں میں رنگین موتی پروئے جاتے ہیں۔ جنہیں آگے پیچھے کرکے، گنتی گنی جاتی ہے۔ جہاں صفر کو ظاہر کرنا ہوتا تھا وہاں یہ لوگ خالی جگہ چھوڑ دیتے تھے۔ اس طرح بابل کے لوگ صفر کے بارے میں جانتے بھی تھے اور اس کا استعمال بھی کرتے تھے۔ لیکن اس کو ظاہر کرنے کا کوئی نشان انھوں نے نہیں بنایا تھا۔ جب وہ گنتارہ پر کیئے گئے حل کو لکھتے تھے تو اس میں صفر شامل نہیں ہوتا تھا۔

ہندوستان میں گنتارہ نہ ہونے کی وجہ سے تاجر صفر کو کسی علامت یا نشان سے ہی ظاہر کرتے تھے۔ لیکن ہندوستان کے ریاضی دانوں نے اس کی اہمیت کو فورا محسوس کرلیا۔ اور اپنی حساب کتاب کی گنتی میں اس کا استعمال کرنے لگے۔ یوں تو ہندوستان کے ہندسے بھی اتنے ہی اچھے تھے جتنے یونان، بابل یا وسطی امریکہ میں دریافت کیے گئے ہندسے مگر یہ صرف صفر کی پہچان (نشان) اور عدد کی مقامی قیمت کی نشاندہی ہی تھی، جس نے ان عددوں کو وہ قیمت یا اہمیت دے دی جس کا احساس بھی اب تک پیدا نہیں ہوا تھا۔

ابتدا میں صفر کی دریافت کسی عدد میں "کچھ بھی نہیں" کو ظاہر کرنے کے لیے ہوئی تھی۔ اگر کسی کے پاس سات آم ہیں اور وہ ساتوں آم کھالیے گئے تو "کچھ بھی نہیں" بچا۔ مرکزی امریکہ کے مایا لوگوں نے صفر کی کھوج اسی تصور کو ظاہر کرنے کے لیے کی تھی۔ یہ ہندوستانی ریاضی دانوں کی اختراع یا نیا پن تھا جس نے صفر کی اہمیت کو سمجھا اور اس کو ایک علیحدہ عدد تسلیم کیا۔ ان کی ذہانت اور سوجھ بوجھ نے "کچھ بھی نہیں" کو ایک باقاعدہ عدد کا مقام دیا۔ ملتان میں پیدا ہونے والے ایک ممتاز ریاضی داں برہم گپتا 660 - 598 نے اپنی کتاب "برہما سپوتا سدھانتہ" میں صفر کے استعمال کے اصول بتائے ہیں جن سے ظاہر ہوتا ہے کہ صفر بھی ایک باقاعدہ عدد ہے۔ آج اگرچہ یہ اصول بہت معمولی لگتے ہیں، لیکن ذرا سوچئے اس زمانے میں ان کی اہمیت کیا ہوگی جب پوری دنیا میں صفر کچھ بھی نہیں، تھا۔

برہم گپتا کا کہنا ہے کہ ....

$A + 0 = A$, (جہاں A کوئی بھی مقدار ہو سکتی ہے اور)

$A - 0 = A$

$A \times 0 = 0$

$A \div 0 = 0$

بس کسی عدد کو صفر سے تقسیم کرنے میں برہم گپتا نے غلطی کردی کیوں کہ کسی عدد کو صفر سے تقسیم کرنے پر لامحدود (ان فنٹی) نتیجہ سامنے آتا ہے۔ صفر نہیں۔

اس غلطی کو کچھ صدیاں گذر جانے کے بعد ایک اور ممتاز ریاضی داں بھاسکر 1185۔ 1114 نے درست کیا۔ بھاسکر کرناٹک میں بیجاپور کے باشندے تھے۔ اپنی کتاب "لیلاوتی" میں بھاسکر نے بتایا کہ کسی عدد کو صفر سے تقسیم کرنے پر لامحدود مقدار (ان فنٹ) حاصل ہوتی ہے۔ یا ناقابل تقسیم خدا، یعنی ایسا خدا جس کے حصے نہ کیے جاسکیں۔ جس میں دنیا کے قائم ہونے اور تباہ ہونے کے دوران کوئی تبدیلی واقع نہیں ہوگی۔

صفر کے وجود میں آنے کے بعد اب ہندوستانی ریاضی داں ایسے اعداد کے بارے میں سوچنے لگے جو صفر سے کم ہوسکتے ہیں اور اسی طرح منفی عدد جیسے 1-،2-،3- وغیرہ وجود میں آئے۔ ان کی وجہ سے الجرا میں تیزی سے ترقی ہوئی اور الجبرا کی بہت ہی اعلا اور مشکل مساواتوں کا حل سامنے آیا۔ اسی کی وجہ سے علم فلکیات کو بھی فائدہ ہوا۔

چھٹی صدی عیسوی سے دسویں صدی تک۔ یعنی تقریبا چار سو سال تک ہندوستان دنیا میں علم ریاضی کا مرکز رہا او "ہندوستانی ریاضی" (جیسا کہ یہ اس وقت کہلاتی تھی) کی شہرت دور دراز کے ممالک میں پھیل چکی تھی۔ 622 میں دریائے فرات (Euphrates) کے کنارے رہنے والے ایک سیریائی بشپ (پادری) سیورش سیبوخ، ہندوستانی ریاضی سے اس حد تک متاثر ہوئے کہ انھوں نے لکھا کہ "ہندوستانی طریقہ حساب بیان کی حدوں سے باہر ہے۔"

ریاضی کی شمع روشن ہوچکی تھی۔ اس کا استعمال علم نجوم (ستاروں کا علم) اور دوسرے مضامین میں بھی شروع ہوچکا تھا۔

گیارہوں صدی سے بھی پہلے ہندوستانی ریاضی کے اہم کارنامے عرب دنیا تک پہنچ چکے تھے جو اس وقت تک علمی میدان میں اپنے پیر مضبوطی سے جما چکی تھی۔

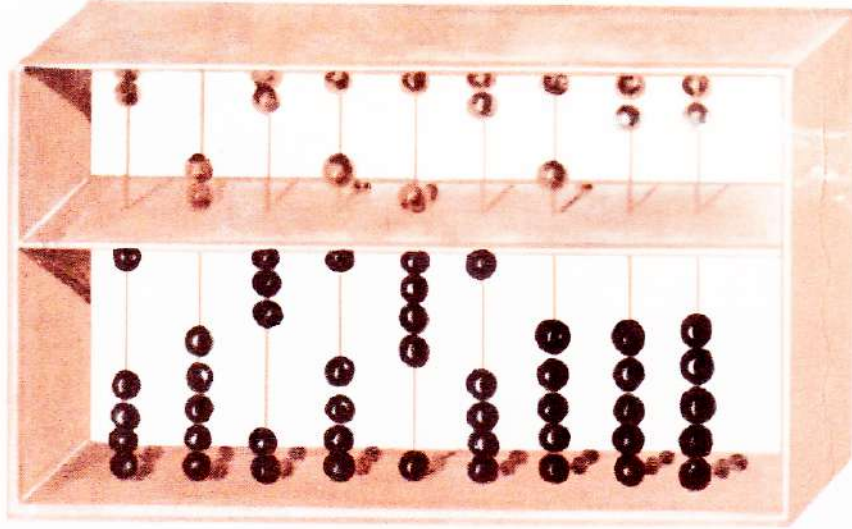
عرب تہذیب کے عروج کے ساتھ ہی، یونان اور ہندوستان کے درمیان تجارت شروع ہوئی۔

کبھی کبھی بڑے بڑے عالم بھی نئی سرزمین اور نئے علم کی تلاش میں تاجروں کے قافلوں کے ساتھ ساتھ چلتے تھے۔ آٹھویں صدی میں بغداد کے عرب حکمراں خلیفہ المنصور کے زمانے میں کئی عالم اور سفیر ہندوستان سے علم نجوم، علم فلکیات، علم ادویہ (دواؤں کا علم) علم ریاضی سیکھنے کے لیے سندھ بھیجے گئے۔ ہندوستان کی بہترین کتابیں جن میں ریاضی بھی شامل تھی۔ بغداد لائی گئیں اور بہت سی کتابوں کا عربی میں ترجمہ بھی ہوا۔

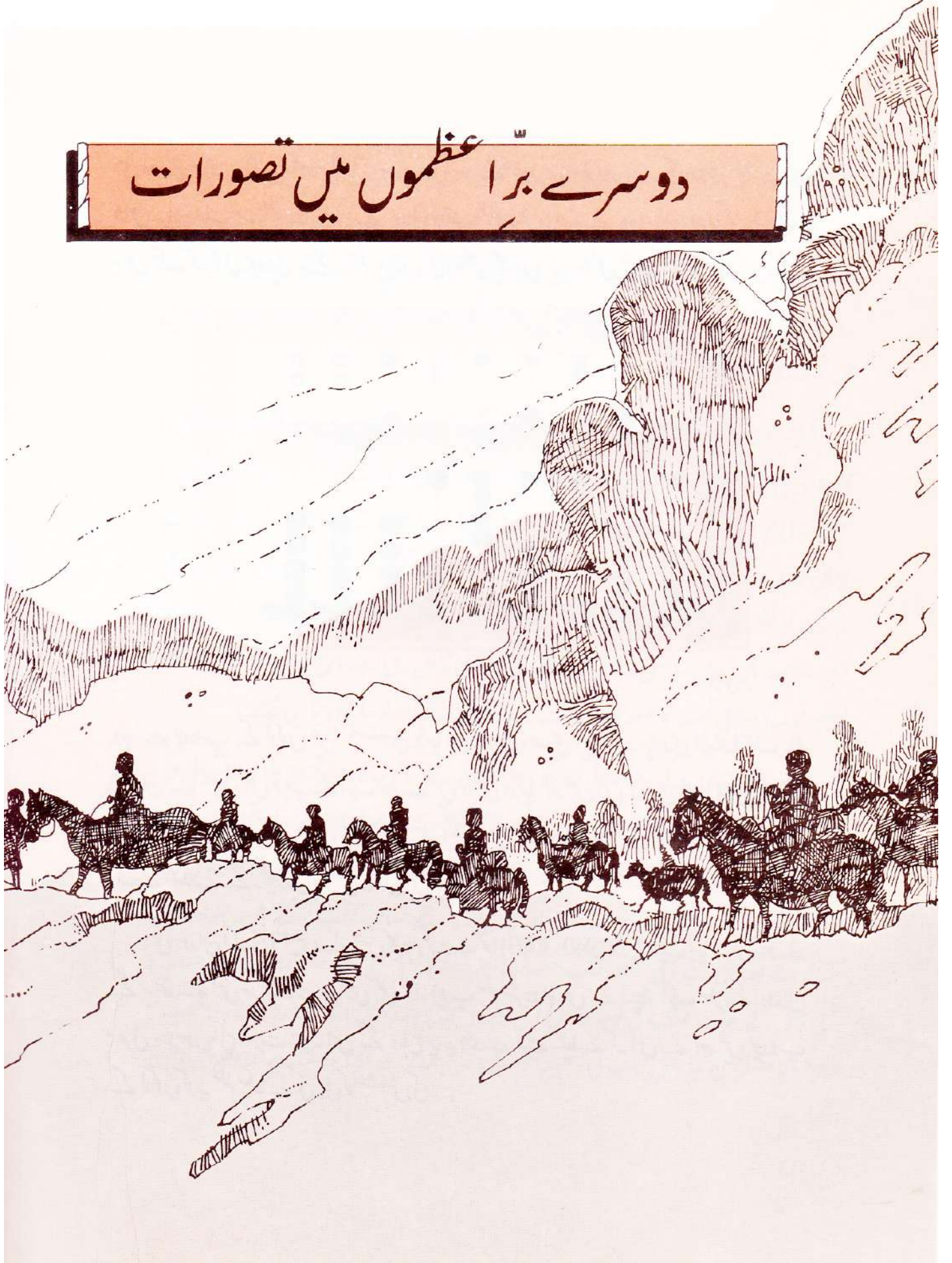
قرطبہ، غرناطہ اور تالیدو وغیرہ میں عربی کے علمی مرکز قائم ہوئے۔ لائبریریاں اور فلکیاتی رصدگاہیں (آبزرویٹریز) قائم کی گئیں اور ان مرکزوں پر سائنسی تصور اور علم کی شروعات ہوئی۔ عرب کے عالموں کا تعلق مقامی یورپی باشندوں سے قائم ہوا۔ یوروپ کے رہنے والے ہمیشہ سے سائنس کے علوم کے لیے یونان کو ہی مرکز مانتے تھے اور عرب کے علم کی ان کے نزدیک کوئی اہمیت نہیں تھی۔ اس لیے بھی عرب کے لوگ ہندوستان سے سائنس کی کتابیں لے گئے تاکہ انھیں یہ بتاسکیں کہ یونان کے علاوہ بھی ایسے مقامات ہیں جہاں سائنس نے ترقی کی ہے اور وہ پھل پھول رہی ہے۔ اس طرح ہندوستانی اعشاریہ نظام، ہندسہ کی مقامی قیمت کا تصور اور مساوات عرب ممالک کے راستے ساری دنیا میں پھیلے۔

عربی ریاضی دانوں نے ہندوستانی نظام کو پڑھا اور صفر کے ساتھ ساتھ دوسرے ہندوستانی ہندسوں کا استعمال کرنے لگے۔ لیکن عربی میں ہندوستانی ریاضی کو شہرت دلانے والا بغداد کی المامون سائنسی اکادمی، کا ایک عرب عالم، ریاضی داں، خوارزمی (850۔ 790) تھا۔ 830 تھا وہ ہندوستان آیا اور اس نے دیکھا کہ یہاں کے ریاضی داں بہت آسانی اور پھرتی کے ساتھ حساب کتاب کرتے ہیں۔ بغداد واپس جانے کے بعد اس نے اپنی مشہور کتاب، "حساب الجبر والمقابلہ" (تکمیل اور مساوات کے لیے حساب) لکھی جس نے عرب ممالک کی توجہ حاصل کرلی اور اس طرح ہندوستانی عدد مشہور ہوئے۔ "شونیہ۔" "الصفر، یا "صفر، بن گیا۔ اس کتاب کی اہمیت کا اندازہ اس بات سے لگایا جاسکتا ہے کہ الجبر، آج الجبرا ہوگیا ہے۔

اسی دوران عربوں نے یہ محسوس کیا کہ ہندوستانی ہندسے جن میں صفر اور ہندسہ کی مقامی حیثیت بھی شامل ہے، ایک ایسا علم ہے جس سے یونانی واقف نہیں ہیں۔ اس لیے وہ بہت احتیاط کرنے لگے۔ یہاں تک کہ کوئی یوروپی یا غیر مسلم عربوں کی دانش گاہوں میں داخل نہیں ہوسکتا تھا۔ اس کی

ایبیکس

وجہ سے یوروپ کے لوگوں میں تجسس بڑھا اور بارہویں صدی میں ایک پادری اڈیلارڈ آف باتھ مسلمان کے بھیس میں قرطبہ کے ایک ادارے میں داخل ہوگیا۔ بعد میں اس نے ہی خوارزمی کی کتاب کا لاطینی زبان میں ترجمہ کیا۔ اس لاطینی ترجمہ نے انگلینڈ میں ہندوستانی ہندسوں کو، جو اس وقت عربی ہندسے، کہلاتے تھے۔ یوروپی ریاضی دانوں میں پھیلایا۔

اسی دوران ایک فرانسیسی نے جس کا نام گربرٹ تھا (1003۔940) اور جو ایک سیاستداں ہونے کے ساتھ ساتھ کسی حد تک ماہر ریاضی بھی تھا۔ (پوپ سلوسٹر دوم) اس نے اپنے ایک سفر کے دوران "عربی ہندسوں، کی شہرت سنی۔ اس کے دماغ پر یہ ہندسے ایسے چھائے کہ اس نے بعد میں یوروپ کے لوگوں کو یہ علم سکھانے کی بھی کوشش کی۔

دوسرے برِّاعظموں میں تصورات

بھاسکر

(1114 - 1185)

ایک قدیم ہندوستانی ریاضی داں اور ماہر فلکیات یہ پہلے شخص تھے جنھوں نے یہ دعوی کیا تھا کہ کسی بھی عدد کو صفر سے تقسیم کرنے سے لاانتہاہی (ان فنٹی) قیمت حاصل ہوتی ہے۔ اور کسی نمبر کو لاانتہاہی قیمت سے ضرب کرنے پر بھی لاانتہاہی قیمت ہی حاصل ہوتی ہی۔ یہ اپنی کتاب "سدھانتہ سرومنی" کے لیے مشہور ہیں۔ انھوں نے ایک ایسا نظریہ پیش کیا تھا جس کے استعمال سے ماہر فلکیات سیاروں کی گردش کا بالکل صحیح اندازہ لگایا کرتے تھے۔

لیونارڈو فیبوناسی

(1170 - 1230)

اٹلی کے رہنے والے عہدِ وسطیٰ کے یوروپ کے ایک مشہور ریاضی داں۔ ان کا سب سے مشہور کام 'لبراباسی' ہے جس کی مدد سے عربی ہندسے پورے یوروپ میں پہنچائے گئے۔

الخوارزمی

(790 - 850)

ایک مشہور عرب ریاضی داں اور ماہر فلکیات۔ ابتدائی ریاضی پر ان کا کام "حساب الجبرو المقابلہ" بہت اہمیت کا حامل ہے۔ انھوں نے برہم سدھانت، کے عربی ترجمہ کی بنیاد پر فلکیاتی جدول کا ایک سیٹ تیار کیا تھا۔

وہ ریاضی داں جس نے ہندوستانی ہندسوں کو یوروپ میں پھیلانے میں اہم کردار ادا کیا وہ لیونارڈو ڈاپیسا تھا جو لیونارڈو فیبوناسی (1230 - 1170) کے نام سے مشہور تھا۔ وہ الجیریا میں بوگی نام کی ایک جگہ کے کسی گودام کے افسر کا بیٹا تھا۔ اس کے بچپن میں ایک عرب نے اسے ہندوستانی ہندسے سکھائے تھے۔ اپنی نوجوانی میں اس نے مصر، یونان اور اٹلی وغیرہ کے دورے بھی کیے اور وہاں کے تاجروں اور عالموں سے ملاقات کی۔ ریاضی کے جتنے بھی نظام اس نے دیکھے ان میں ہندوستان کے اعداد کا نظام اور ہندسہ کی مقامی حیثیت کے نظام سے وہ سب سے زیادہ متاثر ہوا۔ اسے یہ بات اچھی لگتی

تھی کہ وہ بہت آسانی کے ساتھ ان ہندسوں کو کاغذ پر استعمال کرسکتا تھا۔ اس نے یہ سمجھ لیا تھا کہ اس طرح حساب کرنا بہت آسان ہوجاتا ہے کیوں کہ اس میں کسی گنتارہ یا گنتی کے بورڈ یا کسی اور میکانکی طریقہ کی ضرورت نہیں ہوتی، جب کہ دوسرے نظام کے ہندسوں میں ان کی ضرورت محسوس ہوتی تھی۔

1202 میں فیبوناسی نے لاطینی زبان میں ہندوستانی ہندسوں پر ایک کتاب لکھی جس کا نام تھا "لبراباسی" (حساب کرنے کی کتاب) اس نے یوروپی ریاضی دانوں سے یہ ہندسے اور اعداد استعمال کرنے کی پرزور سفارش کی۔ اس زمانے میں یوروپ میں ریاضی پڑھنے کا کوئی رواج نہیں تھا۔ صرف خانقاہیں ہی ایسی جگہ تھیں جہاں اس علم کی معلومات کچھ لوگوں کو تھی اور اس کا استعمال صرف ایسٹر کی تاریخ معلوم کرنے کے لیے کیا جاتا تھا۔ اس لیے فیبوناسی کی کتاب اگلی دو صدیوں کے لیے ریاضی پر ایک معیاری کتاب سمجھی جاتی رہی۔

اس کی وجہ سے یوروپ کے لوگوں میں ریاضی سے دلچسپی پیدا ہوئی۔ اسی کہ وجہ سے آگے چل کر سائنس اور ٹیکنالوجی میں ترقی ممکن ہوسکی۔ عربی زبان کا صفر (زیرو) لاطینی زبان میں "زیفیرم" بن گیا۔ جوں جوں یہ یوروپ کے دوسرے ممالک میں پھیلتا گیا اس کے مقامی نام بنتے چلے گئے۔ اس طرح یہ زیفیرم سے زینیرو، زیپرو، ازفرا، زیفریو، صینیرو، صائفر، وغیرہ وغیرہ بنتا چلا گیا۔

ان تاجروں کو جو رومن ہندسوں سے واقف تھے شروع میں ہندوستانی ہندسے سیکھنے میں دشواری پیش آئی۔ وہ صفر کی اہمیت اور کردار کو اور ساتھ ہی ہندسہ کی مقامی حیثیت کو نہیں سمجھ سکے۔ اعلیٰ درسگاہوں کے عالم بھی اس کے نئے پن کو سمجھنے میں ناکام رہے۔ سب یہی سمجھتے تھے کہ ان ہندسوں کو استعمال کرنا ایسا ہی ہے جیسے آپ کوئی نئی زبان سیکھ رہے ہوں۔ اکثر یوروپین ان ہندسوں کو "ناپاک ہندسے" کہہ کر مخاطب کرتے تھے۔ کیوں کہ وہ یہ سمجھتے تھے کہ یہ ہندسے عرب میں شروع ہوئے ہیں۔ یوروپ کے لوگ اس زمانے میں عربوں کو ملحد (ناپاک) (خدا کو چھوڑ دینے والے) لوگ سمجھتے تھے۔

کیوں کہ انھوں نے فلسطین کے مقدس مقام پر حملہ کیا تھا۔

یوروپ کے کچھ لوگوں کا خیال تھا کہ یہ ہندسے کوئی "خفیہ زبان" ہیں اور یہ انہیں استعمال کرنے کو "صفرنگ" کہتے تھے۔ اس طرح آج بھی کسی "خفیہ اشارے" کو کھولنے کے لیے انگریزی زبان میں "ڈی صفرنگ" (ڈی صائفرنگ) کا لفظ استعمال کیا جاتا ہے۔ ان کے خیال میں خفیہ زبان کی کنجی صفر تھی۔ بہر حال حساب کتاب کو آسان کرنے کے علاوہ ہندوستانی ہندسوں کی مدد سے ستاروں کی گردش کا حساب رکھنے اور ان کی مدد سے سمتوں کا بالکل درست اندازہ لگانے میں ہندوستانی ریاضی مدد گار ثابت ہوئی۔ اسی کی بدولت سمندری سفر بڑھ گئے اور مختلف ممالک کے دوران تجارت بھی شروع ہوئی۔ 1299 میں یہ ہندوستانی اعداد عرب۔ یوروپ کے تجارتی مرکز اٹلی کے فلورینس جیسے خوشحال شہر میں اتنے مقبول ہوئے کہ ایک خاص قانون کے ذریعہ تاجروں اور بینک میں کام کرنے والوں پر ان کے استعمال کے سلسلے میں پابندی لگادی گئی۔

بارہویں اور تیرہویں صدی کے دوران ہی صلیبی جنگیں (کروسیڈ) شروع ہوئیں۔ یوروپ کے لوگوں نے عربوں کے قبضہ سے حضرت عیسی کی مقدس سرزمین واپس لینے کے لیے یہ جنگی جھڑپیں شروع کیں۔ فلسطین جانے کے لیے یوروپی سپاہیوں کو بحر روم پار کرنا پڑتا تھا اور واپسی میں یہ اکثر اپنے ساتھ ہندوستانی ریاضی کا علم لے کر واپس آتے تھے۔

1453 میں ترکوں نے بازنطینی سلطنت پر فتح حاصل کرلی تھی اور قسطنطنیہ پر بھی قبضہ کرلیا۔ بہت سے عالم شہر چھوڑ کر یوروپ کے دور دراز کے علاقوں میں بس گئے۔ وہ اپنے ساتھ دوسرے تمام علوم کے ساتھ ہی ہندوستانی علم بھی لے گئے اور اس طرح یوروپ میں نشاۃ ثانیہ (نئی روشن زندگی) کا دور شروع ہوا۔

پندرھویں صدی کے نشاۃ ثانیہ کا ایک اہم پہلو چھاپہ خانہ کی ایجاد بھی ہے جس کی مدد سے ہندوستانی اعداد یوروپ میں پھیلے۔ 1478 میں وینس، اٹلی، میں ایک کتاب چھپی جس میں صفر سے

نکولاس کاپرنکس

(1473 - 1145)

پولینڈ کے ماہر فلکیات۔ انھوں نے یہ دریافت کیا کہ بطلیموس کا یہ تصور کہ سورج زمین کے چاروں طرف گردش کرتا ہے غلط تھا اوراس کے ساتھ ہی چرچ کا یہ یقین کہ زمین کائنات کا مرکز ہے یہ بھی غلط تھا۔ انھوں نے بتایا کہ زمین اور دوسرے سیارے سورج کے گرد گردش کرتے ہیں۔

گلیلو گلیلی

(1564 - 1642)

اٹلی کے ماہر ریاضی داں اور ماہر فلکیات کے ساتھ ساتھ یہ ماہر طبیعات بھی تھے۔ گلیلیو وہ پہلے شخص تھے جنھوں نے آسمان کا مطالعہ کرنے کے لیے دوربین کا استعمال کیا۔ انھوں نے شمسی المرکز نظریے کی تائید میں یہ دعوی پیش کیا کہ زمین سورج کے گرد گھومتی ہے۔

متعلق یہ بات کہی گئی۔۔۔ "0 کو "صفر" یا "نلا" کہا جاتا ہے، یعنی "کچھ نہیں" کو ظاہر کرنے والا نشان۔۔۔۔ اس کی اپنی کوئی قیمت نہیں ہوتی لیکن جب اسے دوسرے اعداد کے ساتھ ملایا جاتا ہے تو یہ ان کی قیمت بڑھا دیتا ہے۔۔۔"

مختصر یہ کہ صلیبی جنگوں اور چھاپہ خانہ کی ایجاد کی بدولت صفر سمیت ہندوستانی ہندسے یوروپ میں تیزی سے پھیلے۔

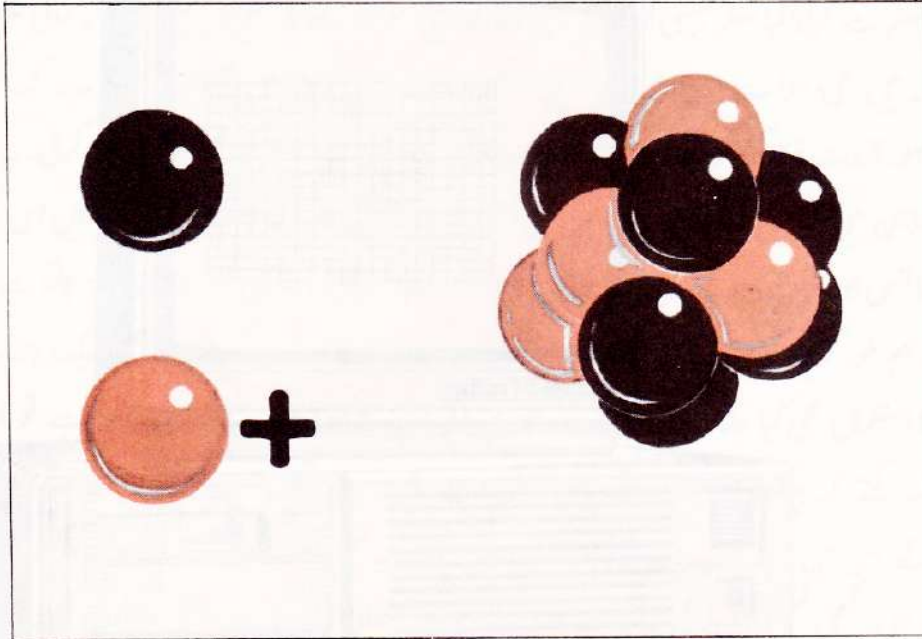
ہندوستانی اعداد پہلے اسپین میں داخل ہوئے پھر اٹلی، فرانس، انگلینڈ اور جرمنی میں پھیلے سولھویں صدی کے آخر تک گنتارہ اور دوسرے تمام میکانکی طریقے چھوڑ کر صرف ہندوستانی اعداد ہی مکمل طور

پر اختیار کرلیے گئے۔ ان عددوں نے پورے یوروپ پر اپنی پکڑ پوری طرح مضبوط کرلی۔ دراصل یہ ان کا استعمال ہی تھا جس نے سائنس اور ریاضی کی تاریخ کے رخ کو ایک اہم موڑ دیا۔ یہاں تک کہ ایک ممتاز فرانسیسی ریاضی داں پیے لیپلیس (1827 - 1749) کو اس بات پر حیرت تھی کہ ان ہندسوں کی ایجاد ارشمیدس اور اپولونیس جیسے ذہین لوگوں سے کیسے چوک گئی جو قدیم یونان کی دو ممتاز شخصیتیں تھیں۔ اسے اس بات کا بے حد افسوس بھی تھا کہ اگر ان یونانی سائنس دانوں نے ہندسوں کی ایجاد کرلی ہوتی تو سائنس اس سے کہیں زیادہ ترقی کرچکی ہوتی جتنی اس کے اپنے زمانے تک کی تھی۔ بہر حال ہندوستانی ہندسے جیسے ہی یوروپ میں داخل ہوئے انھوں نے مع صفر کے اپنی اہمیت ثابت کردی۔

1543 میں پولینڈ کے ایک راہب اور ماہر فلکیات نکولس کاپرنکس (1543 - 1473) نے ایک نظریہ پیش کیا کہ زمین اور دوسرے سیارے سورج کے گرد بیضوی (انڈے کی سی گولائی والے) راستوں پر گردش کرتے ہیں۔ یہ نظریہ اس زمانے کے رائج نظریہ کے خلاف تھا جس کے مطابق سورج اور دوسرے سیارے زمین کے چاروں طرف گھومتے ہیں۔ کاپرنکس نے پہلے سیاروں کی گردش کا مطالعہ کیا اور پھر ریاضی کی مدد سے اپنے نظریہ کے مطابق اس نے سیاروں کی گردش کے بارے میں پیشن گوئی بھی کی۔ جب اس کی یہ پیشن گوئیاں ثابت ہوگئیں تو اس کے نظریہ کو بھی مان لیا گیا۔ اس نظریہ نے سائنس کی دنیا میں ایک انقلاب پیدا کردیا کیوں کہ ریاضی کی مدد سے آسمان کے بارے میں بنیادی سچائی پہلی بار سامنے آئی تھی۔ (پانچویں صدی میں آریہ بھٹ نے بھی یہ نظریہ پیش کیا تھا کہ زمین گول ہے اور اپنی ہی کیلی پر گھومتی ہے)۔ آگے چل کر ڈچ ماہر فلکیات جون کیپلر (1630 - 1571) نے بھی ریاضی کی مدد سے وہ قانون پیش کئے جن سے سیاروں کی گردش کا تعین ہوتا ہے۔ لیکن جب تک گلیلیو گلیلی (1642 - 1564) نے پیسا کے لیننگ ٹاور (جھکے مینار) سے گرنے والی چیزوں کے متعلق اپنے مشہور تجربات نہیں کیے اس وقت تک یوروپ میں ریاضی کو قدرت کے اصولوں کے سمجھنے کے لیے ایک اہم آلہ کار حیثیت سے قبول نہیں کیا گیا۔

الجبرا کی ترقی کے ساتھ ہندوستانی اعداد نے جن میں صفر بھی شامل تھا، سائنسدانوں کو یہ موقع

فراہم کر دیا کہ وہ قدرتی اصولوں کے مطالعہ میں مقدار کے پیمانے استعمال کر سکیں۔ آئزک نیوٹن (1727 ـ 1642) نے کشش ثقل اور حرکت کے قانون سے متعلق اپنے تجربات کرنے کے لیے کیلکولس کی ایجاد کر کے سائنسی تجربات میں ریاضی کے کردار کو مزید بڑھاوا دیا۔ دراصل ریاضی سائنس کے مطالعہ کے لیے ایک کسوٹی بن گئی اور اس کی یہ حیثیت آج بھی قائم ہے۔

اسی دوران صفر نے تمام سائنسی ناپ تول میں حوالے کے حیثیت حاصل کر لی۔ کوئی بھی آلہ یا ناپنے کا کوئی طریقہ چاہے وہ "وولٹ پیما، ہو یا مائکرو اسکوپ، صفر کے بغیر ناپ ہی نہیں سکتا۔ انیسویں صدی کے ابتدائی دور میں جب "برقیاتی دور، شروع ہوا صفر اور اس سے حاصل ہونے والی منفی اور مثبت قدروں کو ایک نئے معنی اور حیثیت ملی۔ منفی اور مثبت برقی رو اور کرنٹ ایسی ضرب المثلیں سی بن گئیں کہ ان کے وجہ سے پہلے بجلی اور پھر الٹرونکس میں ترقی ہوئی۔ موجودہ صدی کے ابتدائی دور میں منفی اور مثبت رو رکھنے والے ذرات جیسے الیکٹرون اور پروٹون، نیوکلیر فزکس اور پھر پارٹیکل فزکس کے بنیادی ذرات بن گئی۔ یہاں تک کہ جدید فزکس نے "مادہ" اور "حریف

ایٹم کے مرکز میں مثبت چارج والے پروٹون ہوتے ہیں اور نیوٹرون ہوتے ہیں جن پر کوئی چارج نہیں ہوتا۔

مادہ" (میٹر اور اینٹی میٹر) کا دل کش تصور پیش کیا جس کی بنیاد صفر ہے۔ مادہ اور حریف مادہ بالکل منفی اور مثبتی اعداد کی طرح ہیں۔ اگر مادہ اور حریف مادہ آپس میں ملیں تو وہ ایک دھماکے کے ساتھ شعاعوں کے دھوئیں کی شکل میں تبدیل ہوجائیں گے اور ہر چیز ناپید اور تباہ ہوجائے گی۔ اسی وجہ سے آج یہ بھی سوچا جاسکتا ہے کہ ہماری یہ کائنات کس طرح ایک زبردست دھماکہ کے ذریعہ وجود میں آئی جسے (بگ بینگ تھیوری) کہتے ہیں۔ یہ صرف اس وقت ہی ممکن ہوسکا جب وقت اور خلاء صفر ہوگئے۔

اسی دوران ہندوستانی اعداد نے جن میں اب صفر بھی شامل ہے، یوروپی سائنس دانوں جیسے بلیز پاسکل، چارلس بیبیج وغیرہ کو حساب کتاب کرنے والی مشین بنانے پر اکسایا۔ یہ ان عددوں کو گننے اور میکانکی انداز سے جدول کی شکل میں لانے کی صلاحیت ہی تھی جس کی وجہ سے ایسی مشین تیار ہوسکی۔ یہاں تک کہ موجودہ دور کے کمپیوٹر بھی، جو اعشاریہ ریاضی کے بدلے ثناوی ریاضی پر کام کرتے ہیں الیکٹرونکس کی نسل سے ہی تعلق رکھتے ہیں۔۔۔۔

کمپیوٹر

جس طرح اعشاریہ ریاضی میں دس ہندسوں کا استعمال ہوتا ہے اسی طرح ثناوی ریاضی میں صرف دو ہندسوں 0 اور 1 کا ہی استعمال ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر ثناوی ریاضی میں 2 کو 10 سے ظاہر کرتے ہیں 3 کو 11 سے 16 کو 10000 سے 29 کو 11101 سے وغیرہ وغیرہ۔

حقیقی شمولیت کے علاوہ صفر ایک "تصور" کی حیثیت سے سماجی علوم اور انجینئرنگ میں بھی داخل ہوگیا۔ "صفر شرح پر آبادی" میں اضافے سے مراد ایک وہ ٹھہری ہوئی آبادی ہے جہاں پیدائش اور موت کی شرح برابر ہو۔ ایک "صفر خرابی" والے آلے کا مطلب ہے کہ اس آلہ کو استعمال کرنے میں کوئی پریشانی نہیں ہوگی وغیرہ وغیرہ۔ دراصل کسی بھی چیز یا مضمون کا تفصیلی جائزہ لینے کے بعد ہی صفر کی موجودگی یا اہمیت کو دیکھا جاسکتا ہے۔ اس نے زمین کے چاروں طرف ایک جال سا پھیلا دیا ہے اور پوری کائنات کو اپنے اندر سمیٹ لیا ہے ۔ یہ اپنا کام وہاں بھی مستعدی سے کررہا ہے، جہاں خلائی جہاز دور دراز کے سیاروں تک پہنچ کر اجنبی تہذیبوں تک۔ اگر وہ کہیں موجود ہیں تو...۔ ہماری موجودگی کا اعلان کررہے ہیں۔ ہمارے لیے یہ کوئی تعجب کی بات نہ ہوگی اگر ہماری ہندوستانی ایجاد، شکل نہ سہی تو تصور کے روپ میں ہمارے پاس اجنبی تہذیب کے کسی پیغام کے ایک حصہ کی شکل میں واپس آئے ۔

آخر یہ صفر ہے کیا؟ کیا صفر جیسی کوئی چیز اس کائنات میں موجود ہے ؟ نہیں! یہاں تک کہ خالی نظر آنے والی جگہ میں بھی، ہوا ہے ، اس میں "کچھ نہیں" نہیں ہے ۔ باہری خلاء میں بھی ایسا نہیں ہے کہ "کچھ بھی نہیں" ہو۔ قدرت خلاء کو نفرت کی حد تک ناپسند کرتی ہے، اسی لیے صفر کو بھی پسند نہیں کرتی۔ یہ حرف صرف ذہن میں ہی پایا جاتا ہے، یہ ذہن کی ہی اختراع ہے۔ لیکن جیسا کہ ہم اوپر دیکھ چکے ہیں اس کی مدد سے سائنس اور ٹیکنالوجی نے بے انتہا ترقی کی۔ اور اسی سے قدیم ہندوستان کی ذہانت کا پتہ چلتا ہے۔

اگر ہم غور کریں تو صرف "کچھ بھی نہیں" نہیں ہی۔ دوسرے ہندسوں کی طرح یہ بھی ایک ہندسہ ہے جس کا استعمال بھی کیا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر اگر آپ کا کوئی بینک اکاؤنٹ نہیں ہے تو آپ یہ نہیں کہہ سکتے کہ بینک میں آپ کے پاس صفر روپے ہیں۔ جب تک آپ کا بینک اکاؤنٹ نہ ہو اور آپ نے اس میں سے سب پیسے نکال نہ لیے ہوں آپ یہ نہیں کہہ سکتے کہ آپ کے بینک میں صفر روپے ہیں۔ کبھی کبھی بجلی کے دفتر سے جہاں کمپیوٹر کا استعمال کیا جاتا ہے ، بجلی استعمال کرنے والے کے پاس "صفر بجلی بل" آجاتا ہے۔ یہ اس لیے ہوتا ہے کہ کچھ حساب کرنے کے بعد بقایا صفر سامنے آتا

ہے۔ ہم یہ بھی دیکھ چکے ہیں کہ صفر کسی عدد کے ساتھ ملنے پر صرف صفر نہیں رہتا جیسے اگر اس کو 100 کے ساتھ جوڑ دیا جائے تو یہ ہزار (1000) بن جاتا ہے اور 128 کے ساتھ ملایا جائے تو 1208 یا 1028 ہوجائے۔ یہ اس پر منحصر ہے کہ عدد میں صفر کا مقام کیا ہے؟

مختصر یہ کہ ایک ایسا عدد جس کے اندر حیرت انگیز صلاحیت موجود ہے۔ یہ حیرتناک چیزیں دکھاتا رہا ہے اور آئندہ بھی دکھاتا رہے گا۔ بہت ممکن ہے جب قدیم ہندوستان کے ریاضی دانوں نے اسے کوئی شکل دی تھی تو ایک دائرہ کے اندر ایک نقطہ بنادیا تھا جیسے کسی نہایت وسیع چیز کی حدبندی کردی ہو یا اس کو قید کردیا گیا ہو۔ بہر حال وہ اس کی انتہائی صلاحیتوں کو جانتے ضرور تھے۔

ہندسوں کا فرق